

**PREMIER CONCOURS INTERNE DE RECRUTEMENT DE
PROFESSEURS DES ÉCOLES DU CORPS DE L'ÉTAT CRÉÉ POUR LA
POLYNÉSIE FRANÇAISE**

**PREMIER CONCOURS INTERNE D'ACCÈS A L'ÉCHELLE DE
RÉMUNÉRATION DE PROFESSEURS DES ÉCOLES DES
ÉTABLISSEMENTS D'ENSEIGNEMENT PRIVÉS SOUS CONTRAT EN
POLYNÉSIE FRANÇAISE**

**EPREUVE ECRITE D'ADMISSIBILITE
SESSION 2017**

Durée : 4 heures

40 points

Le candidat traitera un sujet parmi les deux proposés

Le sujet n°1 comporte 7 pages, numérotées de 2/17 à 8/17
Le sujet n°2 comporte 9 pages, numérotées de 9/17 à 17/17

**Assurez-vous que cet exemplaire est complet, sinon demandez un autre exemplaire
aux surveillants de salle.**

Aucun document ni matériel n'est autorisé.

Il vous est rappelé que votre identité ne doit figurer que dans la partie supérieure de la bande en-tête de la copie (ou des copies) mise(s) à votre disposition. Toute mention d'identité ou tout signe distinctif portés sur toute autre partie de la copie (ou des copies) que vous remettrez en fin d'épreuve (2^{ème} partie de la bande en tête, dans le texte du devoir ou en fin de copie) mènera à l'annulation de votre épreuve.

SUJET N° 1

THEME : ENSEIGNEMENT DU LEXIQUE AU CYCLE 2

DOCUMENTS

Document 1 Programmes pour le cycle 2 CP CE1 CE2– NOR : MENE1526483A arrêté du 9-11-2015 - J.O. du 24-11-2015 applicables à la rentrée 2016

Document 2 Enseigner le vocabulaire

Extraits du Site Eduscol <http://eduscol.education.fr/cid59265/enseigner-le-vocabulaire.html>

Document 3 Concours dis-moi dix mots – extraits du règlement intérieur du concours pour la Polynésie française 2014 2015

Document 4 document extrait de l'ouvrage de Maryse Brumont « Diversifier et renouveler les leçons de lecture au cycle 3 » CRDP Aquitaine

PREMIERE PARTIE :

Vous analyserez et commenterez les documents en précisant bien les enjeux du thème traité.

DEUXIEME PARTIE :

Vous proposerez une programmation d'activités en classe permettant une exploitation pluri-disciplinaire. Vous indiquerez le niveau de classe auquel elle s'adresse. Vous en présenterez les objectifs, le déroulement et les modalités d'évaluation.

**Document 1. Programmes pour le cycle 2 CP CE1 CE2– NOR : MENE1526483A
arrêté du 9-11-2015 - J.O. du 24-11-2015 applicables à la rentrée 2016**

1 Volet 1 Les spécificités du cycle des apprentissages fondamentaux

[...]

Au cycle 2, la langue française constitue l'objet d'apprentissage central. La construction du sens et l'automatisation constituent deux dimensions nécessaires à la maîtrise de la langue. La maîtrise du fonctionnement du code phonographique, qui va des sons vers les lettres et réciproquement, constitue un enjeu essentiel de l'apprentissage du français au cycle 2. Cependant, l'apprentissage de la lecture nécessite aussi de comprendre des textes narratifs ou documentaires, de commencer à interpréter et à apprécier des textes, en comprenant ce qui parfois n'est pas tout à fait explicite. Cet apprentissage est conduit en écriture et en lecture de façon simultanée et complémentaire.

La place centrale donnée à la langue française ne s'acquiert pas au détriment des autres apprentissages. Bien au contraire, la langue est aussi un outil au service de tous les apprentissages du cycle dans des champs qui ont chacun leur langage. S'approprier un champ d'apprentissage, c'est pouvoir repérer puis utiliser peu à peu des vocabulaires spécifiques. Ce repérage débute au cycle 2, se poursuit et s'intensifie dans les cycles suivants. La polyvalence des professeurs permet de privilégier des situations de transversalité, avec des retours réguliers sur les apprentissages fondamentaux. Elle permet d'élaborer des projets où les élèves s'emparent de la langue française comme outil de communication, avec de véritables destinataires, en rendant compte de visites, d'expériences, de recherches. La langue est un moyen pour donner plus de sens aux apprentissages, puisqu'elle construit du lien entre les différents enseignements et permet d'intégrer dans le langage des expériences vécues.

Au cycle 2, on ne cesse d'articuler le concret et l'abstrait. Observer et agir sur le réel, manipuler, expérimenter, toutes ces activités mènent à la représentation, qu'elle soit analogique (dessins, images, schématisations) ou symbolique, abstraite (nombres, concepts). Le lien entre familiarisation pratique et élaboration conceptuelle est toujours à construire et reconstruire, dans les deux sens.

Au cycle 2, l'oral et l'écrit sont en décalage important. Ce qu'un élève est capable de comprendre et de produire à l'oral est d'un niveau très supérieur à ce qu'il est capable de comprendre et de produire à l'écrit. Mais l'oral et l'écrit sont très liés, et au cours du cycle 2, les élèves ont accès à l'écrit structuré, en production et lecture-compréhension. Dans tous les enseignements, les élèves apprennent que parler ou écrire, c'est à la fois traduire ce qu'on pense et respecter des règles, c'est être libre sur le fond et contraint sur la forme. Ce décalage entre oral et écrit est particulièrement important dans l'apprentissage des langues vivantes. Le cycle 2 contribue à mettre en place les jalons en vue d'un premier développement de la compétence des élèves dans plusieurs langues, d'abord à l'oral. L'enseignement et l'apprentissage d'une langue vivante, étrangère ou régionale, doivent mettre les élèves en position de s'exercer dans la langue, de réfléchir sur la langue et sur les processus et stratégies qu'ils mobilisent en situation. Le travail sur la langue et celui sur la culture sont indissociables. [...]

Attendus de fin de cycle	
<ul style="list-style-type: none"> - Orthographier les mots les plus fréquents (notamment en situation scolaire) et les mots invariables mémorisés. - Raisonner pour réaliser les accords dans le groupe nominal d'une part (déterminant, nom, adjectif), entre le verbe et son sujet d'autre part (cas simples : sujet placé avant le verbe et proche de lui ; sujet composé d'un groupe nominal comportant au plus un adjectif). - Utiliser ses connaissances sur la langue pour mieux s'exprimer à l'oral, pour mieux comprendre des mots et des textes, pour améliorer des textes écrits. 	
Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
<p>Mémoriser et se remémorer l'orthographe de mots fréquents et de mots irréguliers dont le sens est connu (lien avec l'écriture).</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Vocabulaire des activités scolaires et vocabulaire spécialisé lié aux apprentissages disciplinaires. ➤ Séries de mots (mots relevant d'un même champ lexical ; séries correspondant à des familles de mots ; séries regroupant des mots ayant une analogie morphologique...). ➤ Mots invariables. 	<p>Activités concourant à la mémorisation (copie ; analyse et épellation de mots, puis écriture sans voir le modèle ; reconstitution de mots à partir de syllabes ; etc.). Interrogations rapides régulières permettant de vérifier l'ancrage en mémoire.</p> <p>En lien avec les apprentissages de tous les enseignements, repérage et tri de mots selon des critères variés ; mémorisation des mots des lexiques spécialisés (noms des nombres dès le CP) ; révision par la mobilisation et le brassage des mêmes mots dans des listes différentes.</p> <p>Exercice de la vigilance orthographique dans toutes les activités d'écriture ; correction avec échanges au sein d'une « doublette ». Dans toute situation d'écriture, les élèves devraient bénéficier d'un temps ménagé pour la relecture et la correction avec consignes éventuellement.</p> <p>Au CE, conservation et utilisation des outils constitués au CP, et enrichissements.</p>
<p>Identifier des relations entre les mots, entre les mots et leur contexte d'utilisation ; s'en servir pour mieux comprendre (lien avec la lecture et l'écriture).</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Familles de mots et dérivation (préfixe, suffixe). ➤ Catégorisation et relations entre termes génériques et termes spécifiques. ➤ Synonymie ; antonymie (contraires) pour adjectifs et verbes. ➤ Polysémie ; relation avec les contextes d'emploi. ➤ Sens propre ; sens figuré. ➤ Registres familier, courant, soutenu (lien avec enseignement moral et civique). <p>Ces notions ne sont pas enseignées en tant que telles ; elles constituent les références qui servent à repérer des formes de relation entre les mots auxquelles les élèves sont initiés parce qu'ils ont à les mobiliser pour mieux comprendre, mieux parler, mieux écrire.</p>	<p>Mots travaillés découverts en contexte.</p> <p>Réflexion sur les mots et leurs relations telle que commencée en maternelle, continuée au CP : constitution de listes traduisant les liens relevés.</p> <p>Réflexion en lien avec la lecture quand les élèves achoppent sur des mots inconnus (constitution du mot, ressemblances avec d'autres ; hypothèse sur le sens dans le contexte ; identification d'un registre inhabituel ; etc.) ou rencontrent des mots qu'ils connaissent avec une autre acception que la plus usuelle.</p> <p>Séances spécifiques de mise en ordre de ce premier savoir aboutissant aux « étiquettes savantes ». Synthèses de ces phases réflexives et structurantes complétées d'exemples issus des lectures ou des apprentissages.</p> <p>Utilisation des catégories dès qu'elles sont identifiées, dans des échanges, voire des débats, pour justifier des analyses, des points de vue.</p> <p>Manipulation ludique de préfixes et suffixes pour « inventer » des mots ; vérification de leur existence dans le dictionnaire.</p>

<p>Étendre ses connaissances lexicales, mémoriser et réutiliser des mots nouvellement appris (<i>lien avec l'expression orale et écrite</i>).</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Définition d'un mot ; compréhension d'un article de dictionnaire. ➤ Mobilisation de mots « nouveaux » en situation d'écriture avec appui éventuel sur des outils. 	<p>Collecte de mots encouragée ; exploitation des relations entre les mots pour relier les mots découverts à d'autres mots nouveaux, pour les intégrer à des « catégories ».</p> <p>Pratique de formes de groupements différents pour les mêmes stocks de mots pour favoriser leur brassage, leur activation, leur mémorisation.</p> <p>Utilisation du dictionnaire dès le CE1 ; usage des formes électroniques encouragé.</p> <p><i>Le travail sur la compréhension d'articles du dictionnaire ressortit autant de la lecture que de l'étude de la langue.</i></p>
<p>Repères de progressivité :</p> <p>Plusieurs phases de travail sont requises pour installer solidement les premières connaissances sur la langue, de l'approche intuitive à la structuration qui est souvent associée à la désignation et suivie d'activités concourant à la mémorisation et, surtout, à l'entraînement à l'utilisation correcte des connaissances acquises.</p> <p>Au CP, en relation avec les autres composantes de l'enseignement de français, on privilégiera l'approche intuitive :</p> <ul style="list-style-type: none"> - en s'appuyant beaucoup sur l'oral : les élèves sont rendus attentifs à l'ordre des mots ; des jeux avec le langage et des transformations permettent de manier les formes verbales (changements de temps, de personnes) et les variations liées au nombre et au genre, de telle façon que la vigilance des élèves soit attirée sur les changements qui s'entendent ; - en exploitant toutes les observations portant sur la forme des mots et leurs variations : compte tenu des exigences des activités de décodage en lecture, la sensibilité des élèves aux « lettres qui ne s'entendent pas » en fin de mots est très forte (variations en genre et en nombre essentiellement); des relevés de mots ou de groupes de mots sont effectués et une première catégorisation établie, fondée sur des raisonnements par analogie. Alors employés par le professeur, les termes spécifiques qualifiant ces catégories (pluriel/singulier – féminin/masculin – verbe, nom, adjectif) ne sont pas exigés des élèves ; - dans les activités de lecture et de production d'écrits, en recueillant toutes les observations sur la ponctuation, sur la forme des phrases et en exploitant toutes les occasions de réflexion sur des mots nouveaux, sur des usages particuliers de mots connus, sur les relations qui peuvent être faites entre certains mots et d'autres déjà vus, etc. <p>Au CP, l'accent est mis sur le mot (sens et forme) et sur l'observation de variations ; le raisonnement par analogie est fortement mobilisé ; des régularités sont identifiées (marques d'accord, formes verbales).</p> <p>Les élèves manipulent à l'oral les formes verbales en relation avec la structuration du temps (présent, passé, futur). Ils découvrent des régularités à l'écrit et mémorisent quelques formes conjuguées avant d'entrer dans leur étude formelle, notamment pour les verbes <i>avoir</i> et <i>être</i>.</p> <p>Au CE1 et au CE2, le moment est venu de structurer, de faire pratiquer des comparaisons qui débouchent sur des analyses, d'en tirer des conclusions qui sont formalisées et dont les conséquences pour l'écriture et la lecture sont identifiées, d'apporter les mots du langage spécialisé et de veiller à leur utilisation par les élèves, d'aménager les conditions d'exercice, de mémorisation, d'entraînement et de réemploi pour consolider les acquisitions. [...] Les élèves identifient, mémorisent et apprennent à écrire en situation des formes verbales affectant les verbes les plus fréquents, aux personnes les plus utilisées ; ils découvrent la distinction entre temps simples et temps composés et comprennent la formation des temps composés en étudiant le passé composé. L'attention aux terminaisons qui ne s'entendent pas mais qui servent à marquer le pluriel ou le féminin est constamment stimulée.</p> <p>Le travail sur le lexique continue, d'une part pour étendre le vocabulaire compris et utilisé et, d'autre part, pour structurer les relations entre les mots. Les phénomènes linguistiques explorés (dérivation, polysémie, synonymie...) sont abordés à cette fin, et non pas étudiés pour eux-mêmes ; leur dénomination n'est pas requise des élèves.[...]</p>	

Document 2. Enseigner le vocabulaire

Extraits du Site Eduscol <http://eduscol.education.fr/cid59265/enseigner-le-vocabulaire.html>

[...]

Des leçons de vocabulaire structurées spécifiquement dédiées sont nécessaires tout au long de l'enseignement élémentaire.

Un certain nombre d'idées reçues sur le lexique restent un obstacle à la mise en œuvre efficace de son enseignement. Par exemple, les questions liées aux collections de mots apprises par cœur, aux difficultés liées au seul travail sur les noms communs comme objets de désignation, à la seule approche quantitative, au recours abusif à l'étymologie de mots complexes ou rares, à la mise en lumière des exceptions au détriment des régularités du système lexical etc.

Auprès des enfants les plus jeunes, l'extension du vocabulaire passe par des activités de langage oral autour de situations choisies dans des thèmes qui les passionnent, et d'exploitation d'imagiers et de lecture d'albums par l'adulte. L'enfant est amené à recevoir un ensemble lexical d'abord seulement reconnu (vocabulaire passif) puis utilisé en production orale (vocabulaire actif), par exemple pour restituer ou reformuler une histoire entendue. De nombreux jeux de langage doivent être proposés au quotidien.

Afin de développer l'exploitation du vocabulaire déjà rencontré, il faut favoriser son réemploi en production, tant à l'oral qu'à l'écrit.

L'enseignement du vocabulaire et son extension doivent faire l'objet d'une progression réfléchie et d'une programmation organisée; il ne se fait pas aléatoirement au détour de textes rencontrés. Il doit également être développé transversalement dans les divers horizons disciplinaires.

Le lexique est un ensemble structuré de termes mis en réseaux et associés, reliés entre eux par des relations de sens (champs lexicaux, synonymie, polysémie,...), de hiérarchie (hyperonymie,...), de forme (dérivation...) ou d'histoire (étymologie). Des approches explicites doivent permettre de construire une organisation de ces relations, des catégorisations, une conceptualisation et l'intégration de nouveaux termes : aucun mot n'est isolé dans la langue.

Le travail régulier sur le vocabulaire doit particulièrement porter sur la catégorie du verbe et ses caractéristiques qui seront découvertes d'abord de manière intuitive et implicite, puis d'une façon plus formalisée.

Développer la conscience orthographique, c'est accompagner l'enrichissement lexical. En effet, il existe une relation forte de dépendance entre l'extension du vocabulaire et les connaissances orthographiques, pour favoriser une bonne acquisition de l'identification des mots puis permettre une lecture plus rapide et une meilleure compréhension (par exemple, afin d'exploiter au mieux le repérage de la dérivation morphologique). Cette valorisation de l'orthographe est également pertinente pour la production écrite.

La construction du sens nécessite d'apprendre à utiliser le vocabulaire **en contexte**. L'apprentissage de la contextualisation (le sens d'un mot varie selon l'environnement des autres mots) peut être valablement poursuivi par une étude de **décontextualisation** (aller vers les significations potentielles individuelles du mot, les définitions) et de **recontextualisation** (réinvestissement du mot dans d'autres phrases avec d'autres environnements sémantiques ou syntaxiques).

L'acquisition puis l'exploitation du vocabulaire « pour comprendre un texte » passe par la mémorisation des mots lus dans des contextes variés. Il est donc nécessaire de lire souvent, le plus possible et des textes de plus en plus longs.

Lors du travail sur la compréhension d'écrits, on pourra être attentif à leur lisibilité, notamment liée au degré de difficulté lexicale du texte et à la syntaxe. [...]

Des activités variées doivent permettre de développer les habiletés sur la structure des mots, la réflexion sur les relations qu'ils entretiennent entre eux et leur participation à la construction du sens en contexte. Au côté des activités qui doivent être organisées au cours d'un apprentissage explicitement dédié au vocabulaire, l'exploitation et la rencontre fréquente avec les mots de la langue est une nécessité qui se déploie transversalement de manière plus implicite, favorisant le glissement naturel et l'intégration d'un vocabulaire passif vers un usage actif des mots au quotidien.

Document 3. Concours dis-moi dix mots – extraits du règlement intérieur du concours pour la Polynésie française 2014 2015 [...]

Article 2 Le concours porte sur la thématique « Au fil de l'eau » et les dix mots « doucement, danser, inquiétude, cascade, déjà, vie, flot, goutte, léger, fil ».

Article 3 Il s'agit de produire un dossier qui comportera obligatoirement, pour chacun des mots choisis :

- une phrase ou un court texte permettant de comprendre ce mot en contexte,
- une illustration inspirée par ce mot.

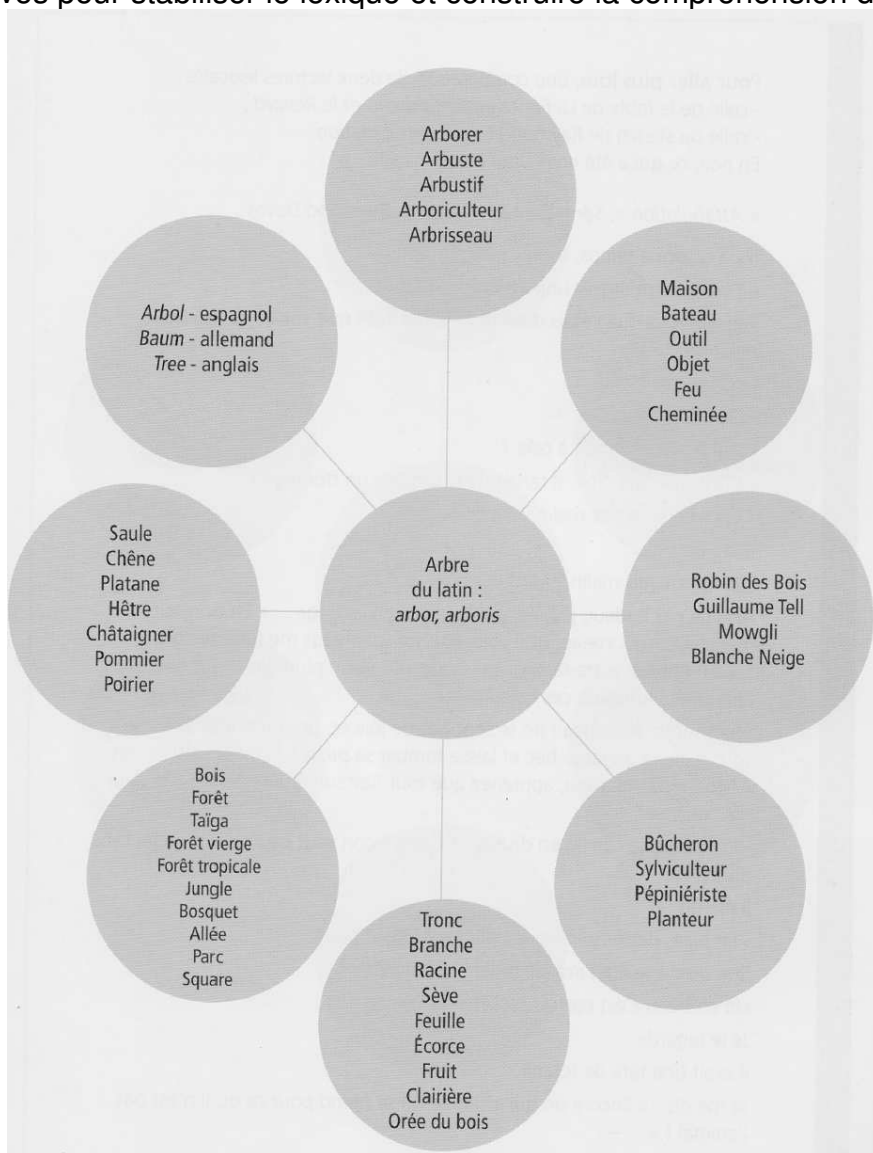
Pour chacun de ces mots, une seconde page pourra être ajoutée comportant des jeux de mots poétiques, comptines, poésies, vire-langues, mots valises, cadavre exquis...

Les illustrations pourront être des productions plastiques scannées (dessin, peinture, collage) ou des photographies de production (sculpture, assemblage, modelage).

La production sera collective.

Article 4 : La production sera mise en page au format A4 (portrait ou paysage dans la même orientation pour l'ensemble du document) dans un fichier unique au format PDF, comportant un maximum de deux pages par mot. [...]

Sujet N° 1 - Document 4 document extrait de l'ouvrage de Maryse Brumont « Diversifier et renouveler les leçons de lecture au cycle 3 » CRDP Aquitaine - Une corolle lexicale produite par les élèves pour stabiliser le lexique et construire la compréhension de textes –



SUJET N° 2

DOCUMENTS

Document 1 :

Le calcul mental entre sens et technique - Denis Butlen – Monique Charles-Pézard – IUFM de Créteil Paris 126 ; Equipe DIDREM, Université Paris 7. Denis Diderot – Presses Universitaires de Franche Comté – 2007 – (pages 8 à 10).

Document 2 :

A propos du calcul : réponses (très partielles) aux questions du Conseil Supérieur des Programmes (CSP) – Jean-Paul Fischer, Professeur - Université de Lorraine – *Contribution aux travaux de groupes d'élaboration des projets de programmes C2, C3, C4. Octobre 2014.*

Document 3 :

Le calcul : une attention insuffisante au calcul mental et au calcul instrumenté – Rapport n° 2006-034 : « L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire ». Inspection Générale de l'Education Nationale - pages 44 à 46 – juin 2006.

PREMIERE PARTIE :

Analyser et commenter les textes proposés concernant l'enseignement du calcul l'école primaire.

DEUXIEME PARTIE :

1. Pour un niveau d'enseignement du cycle 2 ou du cycle 3 de votre choix, établir une programmation d'activités, dans une approche pluridisciplinaire favorisant les acquisitions des élèves dans le champ du calcul en mathématiques.
2. Développer l'une des séquences inscrite dans cette programmation. Préciser les objectifs, le déroulement et les modalités d'évaluation ainsi que les éléments contextuels de sa réalisation.

Sujet N°2 - Document 1 :

Le calcul mental entre sens et technique - Denis Butlen – Monique Charles-Pézard – IUFM de Créteil Paris 126 ; Equipe DIDREM, Université Paris 7. Denis Diderot – Presses Universitaires de Franche Comté – 2007 – (pages 8 à 10).

Calcul mental, le paradoxe de l'automatisme

Précisons ce que nous entendons par «automatisme» et «procédure automatisée».

Une procédure est *automatisée* quand elle est restituée par l'élève pour résoudre un calcul sans que celui-ci la reconstruise (Fisher 1987, Boule 1997). Nous disposons, grâce notamment aux travaux des psychologues, de différents outils pour la reconnaître. On peut ainsi avoir accès directement à cette caractéristique en mesurant par exemple le temps de réponse de l'élève ou indirectement en questionnant l'élève sur sa manière de calculer ; cette seconde approche, souvent utilisée en didactique des mathématiques, est plus délicate à mettre en oeuvre car elle relève essentiellement du déclaratif.

Par *automatisme*, nous entendons, selon le contexte, soit le recours à un ensemble de procédures automatisées installées en mémoire et ayant fait l'objet d'un enseignement ou d'une pratique préalable, soit un comportement se caractérisant par une mobilisation quasi systématique de l'élève d'un seul type de procédure quelles que soient les données numériques du calcul à effectuer.

Nous pouvons définir un élève en difficulté en mathématiques de deux manières différentes. La première définition est plutôt statistique : un élève est diagnostiqué comme en difficulté à un niveau donné de la scolarité quand il échoue de manière importante voire systématique aux items d'une évaluation réussis par au moins 80%

de ses pairs. Nous faisons ici référence soit à des évaluations construites et testées sur un échantillon représentatif d'une population scolaire (par exemple les évaluations EVAMATHS de l'APMEP ou celles que nous avons nous-même élaborées lors des recherches citées), soit aux évaluations nationales du Ministère de l'Education Nationale. La seconde définition renvoie à un ensemble de caractéristiques susceptibles d'être présentées par un élève en difficulté (Butlen 1997).

Un diagnostic des procédures et performances des élèves en calcul mental

Des résultats concernant les procédures des élèves

Il s'agit d'une recherche déjà ancienne (Butlen, Pézard, 1992). Nous avons travaillé pendant deux ans dans plusieurs classes de l'école élémentaire du CP au CM2 afin de recueillir les procédures des élèves lors d'activités de calcul mental portant notamment sur des sommes, des différences, des produits et des quotients.

L'analyse du corpus de données nous a permis d'élaborer une typologie des procédures mobilisées du CP au CM2 et d'évaluer leur disponibilité¹.

Nous avons constaté que les élèves, lors de calculs mentaux, mobilisaient surtout des procédures de calcul automatisées ou des algorithmes écrits. Tout se passe comme si l'enseignement de techniques² opératoires écrites ou de techniques de calcul mental standard et automatisées rentrait en conflit avec le recours à des procédures de calcul plus primitives mobilisées précédemment par les élèves.

¹ Une procédure est *disponible* quand elle est mobilisée lors d'un calcul sans appel explicite de la part de l'enseignant, notamment dans le cas où elle constitue un des éléments de la stratégie de calcul mise en oeuvre par l'élève pour réaliser la tâche demandée.

² Nous entendons par *technique* un ensemble organisé de procédures. Nous renvoyons à Fayol et Monteil (1994) ainsi qu'à Boule (1997) pour une synthèse bibliographique des définitions des termes procédure, algorithme, technique, stratégie etc...

Donnons un exemple. Pour calculer $45 + 17$, les procédures possibles sont les suivantes :

- simulation mentale de l'algorithme écrit ;
- utilisation de la décomposition additive canonique de l'un ou des deux termes :
 - $45 + 17 = 40 + 5 + 10 + 7 = 50 + 12 = 62$ ou $45 + 17 = 45 + 10 + 7 = 55 + 7 = 62$;
- utilisation d'une décomposition additive de l'un des termes s'appuyant sur un passage à une dizaine supérieure :
 - $45 + 17 = 45 + 5 + 12$ ou $45 + 15 + 2$ ou $2 + 43 + 17$;
- utilisation d'une décomposition soustractive de l'un des termes :
 - $45 + 20 - 3$, etc...

Les procédures mobilisées par des élèves de fin de cycle 2 n'ayant pas bénéficié d'un enseignement préalable sont les suivantes : l'algorithme «posé dans la tête» (procédure majoritaire), les différentes procédures mobilisant des décompositions canoniques et beaucoup plus rarement celles mobilisant d'autres décompositions additives ou soustractives. Ces dernières nécessitent un enseignement préalable.

Les élèves préfèrent utiliser des procédures sûres (qui fonctionnent dans tous les cas et conduisent, à condition d'être menées à terme, au résultat attendu) mais coûteuses plutôt que des procédures mieux adaptées au calcul en jeu. Ces dernières nécessitent une prise en compte de la spécificité des nombres intervenant dans le calcul et de leurs propriétés. De plus, leur domaine de validité est limité.

Parallèlement à ce constat, nous avons retrouvé un résultat déjà signalé par d'autres chercheurs (Fischer, 1987, 1988, Resnick, 1983) : les élèves de fin de cycle 2 éprouvent de réelles difficultés à effectuer des calculs simples mais nécessitant un passage à la dizaine comme : $45 + 7 = 52$. Ce constat révèle un défaut de procédures automatisées pouvant s'expliquer en partie par un manque de pratique.

Nous constatons donc à la fois un défaut d'adaptabilité des élèves et un manque de faits numériques mémorisés. Ces derniers ne sont pas suffisamment disponibles lors des calculs. De plus, la mise en place de techniques de calcul automatisées (notamment les algorithmes écrits) semble limiter les possibilités d'adaptation des élèves au calcul du moment, notamment quand l'enseignement ne le prend pas suffisamment en compte.

Des résultats concernant les élèves en difficulté

Le précédent diagnostic montre aussi que les élèves en difficulté en mathématiques le sont en général en calcul mental. De plus, pour ces élèves, on constate un décalage dans le temps de l'apprentissage : c'est le cas notamment dans la mobilisation progressive de procédures adaptées aux calculs proposés.

Cela nous conduit à énoncer un paradoxe lié aux rapports qu'entretiennent automatisme et adaptabilité aux calculs.

Le paradoxe de l'automatisme

Ces différentes recherches sur le calcul mental montrent à la fois un défaut d'adaptation dû à l'installation de procédures automatisées, mais aussi un défaut de performances dû à un manque de procédures de calcul automatisées. Ces manques révèlent, selon nous, une connaissance insuffisante des nombres, des opérations et de leurs propriétés. Tous les élèves sont ici concernés, mais ces manques sont particulièrement criants pour les élèves en difficulté. Ils concernent, par exemple, la connaissance et la disponibilité des compléments à dix, à la dizaine ou à la centaine supérieure.

Tout se passe comme si l'apprentissage et la maîtrise de techniques de calcul sûres (les techniques opératoires écrites ou encore les techniques mobilisant des décompositions

additives canoniques décrites ci-dessus) se faisaient au détriment des autres procédures, voire les « écraseraient ». Les élèves semblent alors trouver plus économique de mobiliser ces procédures alors que d'autres, nécessitant une prise en compte très rapide des propriétés particulières des nombres intervenant dans le calcul, s'avèreraient plus efficaces et moins coûteuses en mémoire comme en quantité de calcul intermédiaires.

Cette prise en compte insuffisante peut s'expliquer par une familiarisation trop faible avec les propriétés spécifiques de ces nombres, mais aussi par l'absence de procédures automatisées de traitement associées. En effet, l'élève ne pourra mobiliser rapidement la décomposition $17 = 20 - 3$ (ou $17 = 5 + 12$) dans le calcul $45 + 17$ que si celle-ci est disponible. Cela nécessite un entraînement spécifique. L'élève doit non seulement avoir appris à décomposer ces nombres, mais ces décompositions doivent avoir été automatisées. La connaissance et la maîtrise d'un nombre insuffisant de procédures automatisées peuvent donc conduire l'élève à adopter en calcul un comportement automatisé. Pour dépasser ce comportement, il est nécessaire d'enrichir le panel des procédures automatisées.

Nous pouvons résumer ainsi le paradoxe de l'automatisme : trop peu d'automatismes (au sens de trop peu de procédures automatisées) peut renforcer l'automatisme (au sens du comportement automatisé) ; davantage d'automatismes peut permettre d'échapper à l'automatisme.

Une première tentative pour dépasser ce paradoxe consiste donc en la mise en place progressive de procédures élémentaires automatisées de calcul. Il s'agit d'accroître les performances des élèves en enrichissant leurs connaissances numériques, en installant de nouveaux faits numériques avec une pratique régulière du calcul mental. Cela devrait les amener à restituer des faits mémorisés sans avoir à les reconstruire à chaque fois. Ces procédures élémentaires de calcul jouent ensuite le rôle de modules de calcul intégrés dans des procédures plus riches et adaptées à d'autres nombres.

Nous avons constaté que l'installation de ces procédures élémentaires automatisées permettait aux élèves d'échapper à l'automatisme en mobilisant plus aisément des procédures adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Cela permet d'initialiser une dynamique favorisant les apprentissages numériques. Les élèves mobilisent, grâce à un répertoire numérique plus riche, des procédures de calcul plus économiques. Ils sont ainsi amenés à explorer de nouvelles propriétés des nombres et des opérations et ils acquièrent par là des connaissances plus riches, connaissances qui les rendent encore plus habiles pour de nouveaux calculs.

Sujet N°2 - Document 2 :

A propos du calcul : réponses (très partielles) aux questions du Conseil Supérieur des Programmes (CSP) —. Jean-Paul Fischer, Professeur - Université de Lorraine. — Contribution aux travaux de groupes d'élaboration des projets de programmes C2, C3, C4. Octobre 2014.

À propos du calcul :

Réponses (très partielles) aux questions du CSP

3) *Quels sont selon vous les points positifs et négatifs que vous voyez dans les programmes de 2002 ? Dans ceux de 2008 ?*

Dans les programmes 2002, on précisait que seule la technique opératoire de l'addition (posée en colonnes) est exigée à la fin du cycle 2. Alors que l'évolution de la société aurait pu laisser croire que l'enseignement des techniques opératoires allait régresser dans les programmes 2008, ces derniers semblent plus exigeants, puisqu'ils demandent :

- Au CP : Connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition et commencer à utiliser celle de la soustraction (sur les nombres inférieurs à 100).
- Au CE1 : Connaître une technique opératoire de la multiplication et l'utiliser pour effectuer des multiplications par un nombre à un chiffre.

Je pense que l'enseignement précoce des techniques opératoires (posées) a des conséquences négatives sur la qualité du calcul mental. Il induit en effet, en calcul mental, la visualisation des techniques opératoires écrites, en particulier chez les filles¹. Pour les opérations additives en tout cas, il transforme aussi le calcul en ligne en une simple adaptation de la technique opératoire posée en colonnes.

Dans les programmes 2002, on essayait de préciser la connaissance des faits numériques élémentaires : ainsi, on distingue la mémorisation des résultats, le calcul automatisé et le calcul réfléchi. On précise aussi reconstruire « rapidement » ou « très rapidement ». Toutes ces expressions ne sont pas complètement satisfaisantes :

- Mémoriser des résultats renvoie clairement à une conception unidirectionnelle de l'égalité, où l'on a deux données a et b au départ et on trouve un résultat c à l'arrivée. Ce n'est évidemment pas le seul résultat c qu'il faudrait mémoriser mais l'association entre a , b et c pour l'opération donnée, ce que je désigne par l'unité cognitive $\{+, a, b, c\}$ pour les opérations additives (addition et soustraction).
- L'objectif de « reconstruire très rapidement » pour les résultats des tables d'addition et « trouver rapidement » pour les compléments à la dizaine supérieure renvoie à la même conception unidirectionnelle de l'égalité. Cela me paraît insuffisant pour une partie des faits additifs : les compléments à 10 et les décompositions additives des nombres inférieurs à 10. Un élève n'utilisera pas le détour par 10, pour calculer $7+5$ par exemple, s'il ne sait pas que $7+5$ dépasse 10, si « + » et « 7 » n'activent pas l'unité $\{+, 7, 3, 10\}$ et, ensuite, si « + », « 3 » et « 5 » n'activent pas l'unité $\{+, 2, 3, 5\}$. Ce qu'il lui faudrait, c'est avoir préalablement consolidé ces unités en mémoire déclarative, ce qui lui permettrait de savoir que 10 c'est $7+3$ et que 5 c'est $3+2$ (aussi que $5+5$ c'est 10 et que $7+5$ est plus grand que $5+5$).

¹ cf. Fischer J.-P., 2004. Les différences cognitives entre sexes : une autre approche et d'autres observations. *Pratiques psychologiques*, 10(4), 401-413.

Dans les programmes 2008, on utilise fondamentalement la notion d'automatisation. Cette notion est ambiguë. Qu'est-ce qui doit être automatique en calcul: la récupération de la réponse en mémoire déclarative ou l'activation d'une procédure qui permet de la reconstruire ? Les anciens pédagogues utilisaient l'expression « savoir par cœur », une expression moins ambiguë car elle exige la récupération automatique ou très rapide en mémoire déclarative ; ils incitaient à apprendre par cœur les faits que l'on ne peut pas aisément reconstruire par une procédure, par exemple 7×7 ou, beaucoup plus convaincant, $49 : 7$. La notion d'automatisation devrait être subsumée sous la distinction entre « savoir que » (e.g., savoir que 7×7 c'est 49) et « savoir comment faire » (e.g., additionner 7 six fois à lui-même). La récupération en mémoire déclarative n'est pas nécessairement automatique comme le montrent les mots qui sont sur le bout de la langue, alors que nous les cherchons intensément. Dans l'une de mes observations, une fille de CM2 qui ne connaissait plus un produit élémentaire a spontanément commenté : « Je le sais par cœur, mais il faut que je trouve ». Les procédures de calcul étant nombreuses, ce n'est pas tellement l'exécution des procédures qui doit être automatisée mais plutôt le choix de la procédure : au CE1 les élèves pourraient s'orienter vers un calcul de $19-2$ en reculant de 2 et vers un calcul de $19-17$ en avançant de 2, mais ce choix devrait préalablement et automatiquement être « écarté » par un autre s'ils sont en présence du calcul de $19-2+2$ ou de $19-17+17$. Si l'exécution de la procédure de comptage arrière était alors automatiquement activée par $19-2$, ils trouveraient 18, 17 et recalculeront 18, 19.

Cela peut paraître un moindre mal, mais en algèbre le calcul de $x+2-2$ les conduira à un blocage : en voulant calculer $x+2$, ils trouveront $x+1$, $x+2$, et donc $x+2-2$!

La connaissance par cœur, ou déclarative, me paraît aussi une étape conceptuelle dans la compréhension du nombre. M. Artigue (dans sa contribution à la CNEM) explique que 7×8 peut d'abord être calculé par une procédure (s'appuyer $8 \times 8 = 64$ et retrancher 4 et encore 4), puis sera connu par cœur et, ensuite, possiblement oublié (d'où l'intérêt de pouvoir recourir à une procédure). A cela je voudrais ajouter que la connaissance déclarative de $7 \times 8 = 56$, ou d'une unité déclarative comme $\{x, 7, 8, 56\}$, me paraît essentielle pour découvrir, comprendre et savoir que $56 : 7$ c'est 8. Chez la grande majorité des jeunes adultes l'activation d'une telle unité est loin d'être automatique. Par exemple, aux Journées de Défense Citoyenne², j'ai pu vérifier que la majorité des jeunes adultes répond que **54 (cm) divisé par 6 n'est pas égal à 9 (cm)**, avec un choix de réponse binaire. Cela (1) montre que l'unité $\{x, 6, 9, 54\}$ n'est pas activée chez ces jeunes adultes³, et (2) suggère qu'ils recourent à une fausse croyance, à savoir que la division de deux nombres pairs ne peut donner un nombre impair. Une telle méconnaissance semble soulever un problème pédagogique majeur : quel est l'intérêt d'enseigner une connaissance (déclarative) que les personnes oublient ensuite ? En fait, ce problème disparaît, ou est au moins amoindri, si l'on considère, comme je viens de le suggérer, que la connaissance déclarative constitue aussi une étape vers le concept de division qui, lui, est beaucoup plus résistant à l'épreuve du temps.

En outre :

- Elle pourra être réutilisée, donc réactivée, en calcul algébrique, par exemple pour factoriser $x^2 - 49$ ou $x^2 - 15x + 56$.
- Chez une partie des personnes cette mémoire déclarative survivra, notamment parce qu'elle sera réactivée dans leurs études, leur travail professionnel (y compris l'éducation de leurs enfants) ou dans leurs loisirs.
- Les spécialistes de la mémoire savent que la connaissance « oubliée » sera plus facile à réapprendre car elle n'est pas totalement effacée en mémoire.

En conclusion, l'utilisation de la notion d'automatisation, ou aussi de mémoire, sans précision de ce qui doit être automatisé ou mémorisé, et comment, me paraît une régression pédagogique par rapport à l'utilisation ancienne de « savoir par cœur »⁴.

Sujet N°2 - Document 3 :

Le calcul : une attention insuffisante au calcul mental et au calcul instrumenté – Rapport n° 2001-034 : « L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire ». *Inspection Générale de l'Education Nationale* - pages 44 à 46 – juin 2006.

Le calcul : une attention insuffisante au calcul mental et au calcul instrumenté

Le temps consacré au calcul est également difficile à évaluer ; 60% des maîtres déclarent y consacrer de une à deux heures par semaine.

Temps consacré au calcul sur une semaine

< 1h	1 < t ≤ 1,5	1,5 < t ≤ 2	2 < t ≤ 2,5	2,5 < t ≤ 3	> 3h	Ne peut quantifier
9 %	30 %	30%	17 %	10%	2 %	2 %

Les programmes invitent les maîtres à distinguer clairement le calcul mental, le calcul posé, le calcul instrumenté. Le questionnaire s'est révélé trop imprécis pour mesurer le temps consacré au calcul mental qui est massivement estimé inférieur à une heure par semaine. Les observations ont par ailleurs montré l'insuffisance de cette activité : lors des observations de l'inspection générale, seulement une séance sur trois a commencé par un temps de calcul mental alors que cet entraînement devrait être quotidien. Dans certaines classes, le calcul mental est dissocié de la séance quotidienne de mathématiques. Il constitue quelquefois une activité, brève et intense, qui se glisse entre deux autres plus longues, sollicitant une attention un peu moins soutenue.

Le calcul instrumenté n'est l'objet d'un apprentissage organisé que pour une très faible minorité de maîtres. Dans certains cas, il est totalement inexistant. Quelques maîtres considèrent même que la calculatrice est un handicap au savoir calculer. Cet avis rejoint celui du mathématicien René Thom²⁴ : « *En autorisant l'usage de la calculatrice dès l'âge de six ou sept ans on aboutit à une connaissance moins intime du nombre que celle à laquelle nous accédions grâce à la pratique du calcul mental* », citation rapportée par Stanislas Dehaene qui ne partage pas ce point de vue. Pour ce dernier, « *L'usage raisonné de la calculatrice en libérant l'enfant des aspects fastidieux et mécaniques du calcul peut lui permettre de se concentrer sur le sens* »²⁵.

Le calcul posé apparaît le plus pratiqué, le nombre et la fréquence des suites d'opérations effectuées étant très variables d'une classe à l'autre. La perception par le maître du caractère d'utilité ou des aspects rébarbatifs de ces exercices d'entraînement décide de l'ampleur de ce type d'activité. Globalement, un temps plus important semble consacré à la compréhension du sens des opérations qu'à l'entraînement aux techniques opératoires. Lors de nos visites, il n'a pas été constaté de présentation de techniques diversifiées pour la multiplication ou pour la division. Pourtant, depuis une trentaine d'années, de nombreux documents pédagogiques ont mis à l'honneur diverses techniques qui peuvent donner une dimension ludique à cet apprentissage et qui n'empêchent pas de « stabiliser » l'apprentissage de la technique usuelle. Ainsi, la multiplication *per gelosia* offre une facilité de calcul et peut aider à la compréhension de l'algorithme traditionnel. Ou encore, une multiplication calculée directement sans les produits intermédiaires peut être un enjeu qui mobilise les capacités de mémorisation de calculs intermédiaires.

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 45 \\ \hline 1035 \end{array}$$

Schéma

mnémotechnique



²³ Hans Aebli, *Didactique psychologique*, Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1966, p. 81

²⁴ René Thom, médaille Fields 1958

²⁵ Stanislas Dehaene, *La Bosse des maths*, Paris, Odile Jacob, 1997, p. 184-185

Pour la division, les documents d'application et d'accompagnement précisent que la technique « dépouillée » n'est pas une compétence visée et préconisent de laisser les soustractions et même les multiplications mises en jeu. Cette démarche est largement installée dans les classes.

Certains maîtres, trop rares, conduisent les élèves à effectuer une vérification des opérations calculées : la plus essentielle, qu'il faudrait effectuer systématiquement, porte sur l'ordre de grandeur du résultat. En matière de division exacte, faire effectuer la multiplication correspondante est non seulement un exercice technique, mais un moyen de fixer le sens de ces deux opérations inverses l'une de l'autre.

On peut aussi noter que le document d'accompagnement des programmes n'accorde qu'une place réduite au calcul posé (5 pages) alors que le calcul mental et l'usage des calculatrices en classe font l'objet de longues considérations (respectivement 15 et 11 pages). Certains maîtres ont pu y lire un signe de moindre considération pour cette forme de calcul alors qu'il s'agissait plutôt de rechercher des équilibres nouveaux entre formes diverses de calcul.

En tout cas, il est clair que le calcul n'est pas suffisamment considéré : il conviendra de lui redonner sa place dans toutes ses modalités. Il faut apprendre aux élèves à calculer intelligemment – les textes développent largement et depuis longtemps la notion de calcul réfléchi ! Déjà, en 1911, Carlo Bourlet, professeur au Conservatoire des arts et métiers écrivait dans l'article sur les mathématiques du Nouveau dictionnaire de pédagogie : « *Dans tous les degrés de l'enseignement primaire, mais plus particulièrement dans les cours élémentaire et moyen, il faut longuement exercer les enfants à calculer de tête* »²⁶. Il insistait sur l'importance de cette « gymnastique intellectuelle » en indiquant qu'il fallait laisser une latitude de choix de méthodes aux élèves : « *L'un des grands avantages du calcul mental est d'exciter l'ingéniosité de l'élève, de l'obliger à réfléchir, de le forcer à bien se pénétrer du sens des opérations qu'il fait ; mais cet avantage n'est réel que si on laisse à l'enfant une certaine latitude, si on l'abandonne un peu à lui-même de façon qu'il se crée des petites méthodes personnelles* ». Il est essentiel d'apprendre à calculer mentalement, ce qui suppose une rapidité et agilité de l'esprit. Ainsi, à propos du calcul et sur l'exemple de $24 + 59$, Stanislas Dehaene écrit que « *s'il veut calculer vite, le cerveau semble obligé d'éviter de comprendre ce qu'il fait* »²⁷. Ce résultat que chaque adulte ou enfant sachant calculer peut aisément vérifier devrait être mieux pris en compte par l'action pédagogique. Pour cela, il faut éviter de trop séparer « réfléchi » et « automatique » puisque l'un s'appuie sur l'autre et réciproquement. Comme le souligne Michèle Artigue, il y a une intelligence du calcul : « *dénué d'intelligence, le calcul est aussi souvent perçu comme quelque chose qui peut et doit s'apprendre mécaniquement : mémorisation, répétition, devenant les mots emblématiques de cet apprentissage. (...) Faire aimer les mathématiques, c'est aussi faire aimer ce calcul sans lequel elles n'existeraient pas, sans lequel elles seraient impuissantes. Pour cela un équilibre doit être trouvé dans l'enseignement et l'apprentissage du calcul entre automatisation et raison, ses deux facettes indissociables* »²⁸

Le calcul sous toutes ses formes – posé, instrumenté, mental – doit être développé en jouant sur l'intérêt et le plaisir que chaque élève peut prendre en constatant ses progrès dans les activités qui lui sont proposées.

²⁶ Ferdinand Buisson, Nouveau dictionnaire de pédagogie, Paris, Hachette, 1911, P. 1264

²⁷ Ibidem, p. 180

²⁸ Actes de l'université d'été « *Le calcul sous toutes ses formes* », août 2005, Saint-Flour
http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/site_math_universite/Actes_UE/Michele_Artigue.doc
Consulté le 6 avril 2006